分享抖音里“星辰物理”老师的一道题



解：首先，在有心力作用下，系统角动量守恒。在平方反比力作用下，如果中心粒子质量比绕它运动的粒子的质量大很多，可以认为中心粒子处于运动曲线（这里是椭圆）的一个焦点上。其次，和万有引力一样，库仑力作用下的系统总能量守恒（这里只动能和电势能）。第三，在相等的时间内，做曲线运动的粒子扫过的面积相等。

在库伦引力作用下的椭圆轨道，存在着类似于开普勒第三定律的结论：$^{a^{3}}/\_{T^{2}}=C$，其中$a$是椭圆长半轴，$T$是椭圆运动周期。

有下面的类比

万有引力系统：$^{GMm}/\_{r^{2}}=^{4mπ^{2}r}/\_{T^{2}}$，$T^{2}=^{4π^{2}a^{3}}/\_{(GM)}$。

库伦引力系统：$^{kQq}/\_{r^{2}}=^{4mπ^{2}r}/\_{T^{2}}$，$T^{2}=^{4π^{2}ma^{3}}/\_{(kQq)}$。

如图，根据能量守恒，$\frac{1}{2}mv\_{2}^{2}−^{48kq^{2}}/\_{r\_{2}}=\frac{1}{2}mv\_{3}^{2}−^{48kq^{2}}/\_{r\_{3}}$，其中$r\_{2}=r=$OM$=2y\_{0}$。根据角动量守恒，$r\_{2}v\_{2}=r\_{3}v\_{3}$。联立得$r\_{32}=6y\_{0}$。

轨道周期只和长半轴$a$有关，$a=\frac{r+r\_{3}}{2}=4y\_{0}$。

于是开普勒第三定律，$^{48kq^{2}}/\_{a^{2}}=^{4π^{2}ma}/\_{T^{2}}$，$T=^{4\sqrt{3}πBy\_{0}^{2}}/\_{(3kq)}$。

正电荷从N离开，首次速度反向，说明走了椭圆的一半，所以$t\_{2}=^{2\sqrt{3}πBy\_{0}^{2}}/\_{(3kq)}$。