辅助圆+摩擦角解圆周运动临界问题1

如图，小球质量为，固定于长为的轻杆A一端，从水平位置静止释放。竖直轻杆固定在质量为3的木板上，整个系统置于水平粗糙地面上。小球下摆过程中，木板恰未滑动，求地面和木板间的摩擦系数。

  

解法一：由机械能守恒，，

轻杆A的拉力满足，

得。

木板恰不滑动，要求，得。

为求极值，令，得，

所以。因此，。

解法二：如中图，将木板视为质点，其重力是OS = 。

当小球下摆时，如果没有摩擦力，则根据水平方向动量守恒，木板将向右运动。当有摩擦力时，木板有向右运动的趋势，所以木板受地面摩擦力向左。是地面对木板的弹力，是全反力，是摩擦角。这是一个三力平衡问题，即重力、拉力的反作用力SQ = （它通过竖直轻杆作用在木板上，方向与相反）和全反力，三者构成一个闭合三角形SOQ，所以根据矢量的三角形法则得。

为满足SQ = ，须构造出直角三角形SQT，∠SQT = 90°，如中图。根据此图的几何关系，得ST = 。作用在竖直轻杆上的力矢量的终端Q运动轨迹是圆P，圆心在P，半径是1.5。OP = 4.5，PQ = 1.5。

为求最小摩擦系数，OQ应该和圆相切（对某一个特定的，如果Q不是切点，则O点要上移，摩擦力不是最小。）。所以PQ/OQ = 。这就是最小的摩擦系数，或者。

一、在做辅助圆时，关键点是各力矢量的几何关系由决定。

二、关于解法一中的求极值，也可如下分析：如右图，线段AB通过点（3,0）和点C（），圆O是单位圆，各点坐标已经给出。

BD = ，CD = ，要比值CD/BD取最大值，交点C点只能是切点，才能使CD最大。根据相似形得， ，所以 。